Discussion

M. Frouin[1]. – Qu'appelle-t-on attracteur ?

Mme. Schmidt-Lainé. – Un attracteur est la limite asymptotique des solutions d'un système dynamique partant de toute condition initiale située dans un bassin d'attraction qui est un domaine de volume non nul. On distingue trois types d'attracteurs : le point fixe et le cycle limite qui se caractérisent par des mouvements atteignant un état stationnaire ou périodique, et l'attracteur dit étrange qui représente le comportement asymptotique d'un système dynamique chaotique.

M. Thellier[2]**. –** La notion d'attracteur, introduite par des équations déterministes, peut s'appliquer directement pour traiter du comportement dynamique de systèmes non ou très peu bruites. Qu'en est-il lorsque l'on a affaire a des systèmes très bruites, comme c'est le plus souvent le cas avec les systèmes biologiques?

Si l'on considère un système comportant plusieurs attracteurs, dans le cas parfaitement déterministe lorsque l'on est dans le bassin d'attraction de l'un de ces attracteurs, on ne peut qu'y rester. Mais, si l'on a affaire a des systèmes plus ou moins bruités, n'est-il pas possible de sauter d'un bassin d'attraction a un autre?

M. Arditi. – Cela est exact. Pour que l'attracteur prédit par un modèle déterministe conserve son sens biologique, il faut que son bassin d'attraction soit tel que la probabilité d'en sortir pour des raisons stochastiques soit faible. En fait ,cette hypothèse est plus ou moins équivalente à l'hypothèse selon laquelle la composante déterministe du système biologique est suffisamment plus forte que sa composante stochastique pour que cela ait un sens de construire un modèle déterministe.

M. Cazelles. – Effectivement cette notion d'attracteur n'est plus définie dans le cas de systèmes très bruités. Dans le cas de systèmes stochastiques, un analogue des attracteurs a néanmoins été défini, les confineurs (cf. Jacques **Demongeot**).

Dans le cas de plusieurs attracteurs le bruit peut induire des sauts aléatoires entre les différents bassins d'attraction et ainsi engendrer des dynamiques d'une grande complexité. Dans les cas des intermittences "On-Off" que je vous ai présentées, on a des sous-espaces faiblement instables dans des directions transversales. Avec des sous-espaces faiblement stables, on peut obtenir des « bassins criblés ». Avec ces « bassins criblés », les bassins d'attractions des différents attracteurs sont fractals et complètement emmêlés. Des modifications quasi-infinitésimales des conditions initiales induisent des changements aléatoires du bassin d'attraction final atteint par la dynamique du système, et ce, sans aucune présence de bruit. En présence de bruit, on peut passer d'un bassin à l'autre. Mais dans certains cas (en présence de "fragile chaos"), le bruit va faire disparaître un des attracteurs, réduisant l'imprédictibilité de ces systèmes

Il est important dans le cas des systèmes non linéaires, d'avoir à l'esprit que les bruits, les composantes aléatoires, peuvent avoir des effets non intuitifs. Le bruit peut stabiliser des dynamiques chaotiques, le bruit peut permettre de la synchronisation de systèmes chaotiques, etc.

---

[1] Vice-président de l'Académie d'Agriculture de France, membre de l'Académie des Technologies, ancien directeur du département Recherche-Développement du Groupe Soparind Bongrain.

[2] Membre de l'Académie d'Agriculture, membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur émérite à la Faculté des sciences et techniques de Rouen, laboratoire PIC, UMR CNRS 6037, Faculté des sciences de l'Université de Rouen, 76821 Mont St Aignan cedex

Copyright Académie d'Agriculture de France. Séance du 23 avril 2004.

M. Dubreuil[3]. – Les applications récentes de la théorie du chaos à la représentation des phénomènes hydrologiques laissent-elles espérer des avancées de la connaissance acquises au cours des 20 dernières années à l'aide de divers modèles déterministes ou **stochastiques** ?
On peut penser de ce fait que la prévision des phénomènes hydrologiques à venir sera améliorée.

M. Rico[4]. – Y-a-t-il une relation entre entropie et chaos ?

M. Cazelles. – Si on considère pour définition du terme entropie, une définition en relation avec la quantité d'information d'un système donné, il y a bien un lien direct entre entropie et chaos. Un système chaotique est un système déterministe qui génère une certaine forme de désordre, une certaine forme d'incertitudes, une certaine "perte d'informations". Une quantité appelée entropie de Komolgorov-Sinaï, est d'ailleurs utilisée pour quantifier des dynamiques chaotiques. Cette quantité mesure la quantité moyenne de nouvelle information créée par un système dynamique. L'entropie de Komolgorov-Sinaï peut aussi être interprété comme le taux moyen avec lequel la prédiction, que l'on peut faire sur un système donné, décroît au fur et à mesure que l'horizon de prédiction croit. Pour un système déterministe, cette entropie est nulle, elle est infinie pour un système stochastique et intermédiaire pour un système chaotique.

M. Saugier[5]. – 1°) Dans la nature, il semble qu'il y ait des formations hétérogènes ressemblant à des productions du chaos, mais aussi des facteurs de stabilisation. Y-a-t-il eu des études sur cette stabilisation qui semble limiter l'importance pratique des phénomènes chaotiques ?

2°) Vous avez présenté le bel exemple des tribolium où il y a une démonstration de l'existence de phénomènes chaotiques. Cette démonstration a demandé beaucoup de travaux expérimentaux. Faut-il toujours recourir à des expériences aussi lourdes ou existe-t-il des méthodes plus simples pour savoir si un phénomène apparemment aléatoire est d'origine chaotique ?

M. Cazelles. 1°) Les systèmes écologiques présentent tous les ingrédients pour développer des dynamiques chaotiques. Cependant, malgré une "quête" intensive de la présence de chaos dans ces systèmes, très peu de résultats probants ont été publiés. Les derniers résultats semblent indiquer qu'il est probable que les dynamiques complexes observées dans les systèmes écologiques se trouvent "au bord du chaos", avec une alternance de phases plutôt chaotiques et de phases plus simples…

Donc, soit les dynamiques chaotiques n'ont pas été sélectionnées pour différentes raisons, soit il existe effectivement des facteurs stabilisants. D'un point de vue mathématique, ce que l'on peut dire, c'est que si l'on complexifie les modèles utilisés en prenant en compte la structure d'age des populations ou l'aspect spatial (modèles avec des équations aux dérivées partielles), on fait disparaître facilement les comportements chaotiques qui étaient présents dans les mêmes modèles sans structure d'âge ou sans structure spatiale.

2°) Les travaux sur les *tribolium* donnent une preuve expérimentale de dynamiques chaotiques en Ecologie, ce qui met l'Ecologie au même rang que les autres domaines des sciences où des dynamiques chaotiques ont été mises en évidence et manipulées expérimentalement. Mais effectivement, il existe des techniques numériques pour caractériser des comportements chaotiques sur des séries temporelles (dimensions de corrélation ; exposants de Lyapunov, entropie de Komolgorov-Sinaï ; perte de prédictibilité…). Ces techniques sont basées sur les propriétés des dynamiques chaotiques. Ces propriétés sont toujours des propriétés "asymptotiques" et il est

---

[3] Membre de l'Académie d'Agriculture, directeur de recherches honoraire de l'IRD-Institut de recherches pour le développement (ex ORSTOM)
[4] Membre de l'Académie d'Agriculture, professeur émérite de l'École nationale vétérinaire de Toulouse.
[5] Membre de l'Académie d'Agriculture, professeur à l'Université de Paris-Sud, Laboratoire d'Écophysiologie végétale, 91405 Orsay cedex

important de bien connaître l'attracteur sous-jacent de la dynamique observée. De longues séries temporelles ou des séries multiples (des réplicats) sont donc nécessaires. Le problème majeur, en Écologie, est que l'on dispose de série temporelles qui sont souvent très courtes et bruitées. Les résultats obtenus dans de tels cas sont donc sujet à caution… Il est alors important de coupler ces approches avec des approches de type tests d'hypothèses. Les tests statistiques utilisés sont alors basés sur des séries subrogatoires obtenues par des méthodes de type Monte-Carlo.

M. Juvanon du Vachat[6]. – Le livre "Turbulence et déterminisme" à caractère pluridisciplinaire a été édité aux Presses universitaires de Grenoble en 1998 (disponible chez EDP-Sciences). Il contient une contribution de Jacques Demongeot, mathématicien et médecin sur le déterminisme en biologie, intéressante par rapport au thème de la séance du 23 avril 2003. Enfin le dernier chapitre de ce livre contient une contribution originale du philosophe Jean Gayon sur le déterminisme ("origine du mot, évaluation d'une idée"). Une recension de ce livre se trouve dans la revue "La Météorologie" N° **35**, p. 72-73 (novembre 2001). Par ailleurs la référence de l'article de J. F.Royer (CNRM, Météo-France) et C. Nicolis "Chaos et météorologie" paru en 1994 est La Météorologie N° 5, p. 38-52 ; en outre cet article comporte un glossaire sur les systèmes dynamiques et le chaos. Un article spécialisé sur l'application des théories du chaos et des systèmes dynamiques à la modélisation climatique est le suivant : Royer J.F., 2000: The GCM as a dynamical system -Implications for numerical simulations. In: NATO Science Series C550: Numerical Modeling of the Global Atmosphere in the Climate System, P.W. Mote and A. O'Neill, Eds., Kluwer Academic Publishers, Dordrecht, p.29-58. En bref, ce qu'apporte la théorie des systèmes dynamiques au climat est un vocabulaire précis et un cadre mathématique unificateur permettant de comprendre à partir d'exemples simples des phénomènes universels que l'on peut rencontrer dans le système climatique (par exemple sensibilité aux conditions initiales, bifurcations, bassins d'attraction, instabilité, dimension etc) et donc cela permet de faire le lien avec le reste de la physique. Enfin les références de l'école du CEA sont les suivantes : Bergé, Pomeau, Vidal "L'ordre dans le chaos : vers une approche déterministe de la turbulence", Hermann, 1992, ouvrage de type universitaire 1er cycle. Il y a aussi "Des rythmes au chaos" chez Odile Jacob, paru en poche en 1997 et qui est un ouvrage de vulgarisation. Autres références classiques : Hasard et Chaos, par D. Ruelle, Odile Jacob, 1991; J. Gleick "La théorie du chaos, vers une nouvelle science" Flammarion, 1991; I. Stewart "Dieu joue-t-il aux dés, Les mathématiques du chaos". Enfin dernière remarque le mot gaz a été adapté du latin «chaos» (qui a donné chaos) par Van Helmont au XVIIe siècle (dictionnaire Robert à "Gaz"). Ce rapprochement a notamment été repris par L. Boltzmann lorsqu'il parle de "chaos moléculaire" pour l'étude d'un gaz à échelle moléculaire.

On trouvera aussi une bibliographie plus complète par Dignac dans le Hors Série "Le futur est-il prévisible" de Sciences et Avenir (N° 106, juin 1996). Mais ne pas oublier que "l'effet papillon n'existe plus" (R. Robert, Pour La science, mai 2001).

M. Ménoret[7]. – Lors des études sur la rareté intermittente de certaines populations marines a-t-on observé l'existence de marqueurs chimiques du milieu marin qui varieraient selon la même loi que la densité de la population ?

***M. Cazelles*. –** Je n'ai pas de connaissance de tels marqueurs chimiques, mais je dois avouer que ma connaissance de ces systèmes écologiques marins est assez incomplète.

[6] Météo-France, D2I/ENV, 1, Quai Branly 75340 Paris Cedex 07.

[7] Membre de l'Académie d'Agriculture, ingénieur consultant

M. Thellier[8]. – Dans le problème prédateurs/proies, nous avons vu que si l'efficacité avec laquelle les prédateurs traquent leurs proies augmente trop, on peut aboutir a une situation chaotique impliquant des augmentations massives des concentrations de proies en certains sites. Si l'on transpose ce résultat a la prédation des poissons en mer par les pêcheurs, qui ont des méthodes de plus en plus rapides et efficaces d'atteindre les bancs de poissons, cela signifie-t-il qu'au lieu d'entraîner l'extinction des poissons, cette surpêche puisse aboutir au contraire a des explosions, au moins locales, des populations de poissons?

***M. Arditi*. –** Voilà une extrapolation logique et paradoxale de notre modèle ! Bien entendu, je ne me risquerai pas à formuler une pareille prédiction. En fait, les pêcheurs ne se comportent pas vraiment comme les prédateurs de notre modèle. En particulier, je ne pense pas qu'on puisse leur appliquer la règle selon laquelle l'accélération du mouvement est proportionnelle au gradient de proies. Cette règle implique une certaine inertie dans le mouvement, et c'est cette inertie qui explique les pullulations locales de proies. Les pêcheurs, eux, sont capables d'ajuster leur position à la distribution des proies.

[8] Membre de l'Académie d'Agriculture, membre de l'Institut (Académie des Sciences), professeur émérite à la Faculté des sciences et techniques de Rouen, laboratoire PIC, UMR CNRS 6037, Faculté des Sciences de l'Université de Rouen, 76821 Mont St Aignan.